

LISTA 5 (COMBO 2ª PARTE)

Objetivo: simular dados experimentais seguem uma função geratriz do tipo $f(x) = A_0 + B_0x$, calcular a estimativa de A e B a partir do Método dos Mínimos Quadrados e o valor do Chi-quadrado. Deseja-se reproduzir a distribuição de Chi-quadrado para l graus de liberdade.

Para essa atividade pode-se utilizar qualquer linguagem de programação (FORTRAN, C++, etc) ou uma planilha (Excel ou LibreOffice). As instruções indicam o passo a passo para quem utilizar uma planilha nessa atividade. Veja no link abaixo um modelo para que você possa organizar a sua planilha convenientemente.

Para os que optarem pela utilização de uma linguagem de programação posso encaminhar, via e-mail, as instruções detalhadas.

Tempo estimado para essa atividade: 5 a 6 horas.

Passo 1

Reveja na lista 4 as etapas necessárias para gerar numero aleatórios que seguem uma distribuição gaussiana de média e desvio padrão de interesse.

Passo 2

Para essa atividade é importante utilizar pelo menos 15 valores distintos para a variável independente (x_i , com $i = 1, 2, \dots, N$). Quanto maior a quantidade de variáveis mais fidedigna sera a distribuição de Chi-quadrado. No entanto também interessa realizar as mesmas etapas com um conjunto reduzido de variáveis independentes, digamos, 5. Então, no que segue-se, considere que deve-se realizar a atividade para 2 conjunto de dados. O valores de x podem ser regulares (1,0; 2,0; 3,0; ...) ou não.

Crie uma linha com os valores escolhidos por você para a variável independente. Como guia veja a planilha-exemplo.

Passo 3

Defina a função geratriz do tipo $f(x_i) = A_0 + B_0*x_i$. Utilize os seguintes valores para A_0 e B_0

Aluno(a)	A_0	B_0
Beatriz	-1,0	6,2
Débora	0,4	4,5
Ana Beatriz	2,5	18,7
João Vitor	1,7	5,4
Evandro	2,0	3,2
Gabriel	2,3	1,1
Humberto	19,0	0,9
John	6,0	3,9
Marcos	7,0	7,9
Vivian	14,5	0,6

Esse é o caso em que conhecemos os valores verdadeiros de A_0 e B_0 e, conseqüentemente, conhecemos o valor verdadeiro de y_i . Experimentalmente não temos acesso a esses valores por causa do erro da medida que, como é de conhecimento, é inevitável. Portanto, deve-se gerar valores de y_i sujeitos

a flutuação estatística. Sendo mais específico, variáveis y_i sujeitos a uma distribuição gaussiana de desvio padrão σ_y . Adote $\sigma_i = 0.5$ para todos os valores de y_i , desde que isso não corresponda a menos de 1% do valor de y_i (valor este calculado para o menor valor de x_i).

Passo 4

Agora deve-se gerar valores de y_i sujeitos a uma flutuação de desvio padrão σ_i . A estatística aplicada ao longo de todo curso foi a gaussiana e a partir dela é possível deduzir varias estatísticas de teste de hipóteses. Para gerar esses valores de y_i calcule

$$= g_i * \sigma_i + (A_0 + B_0 * x_i)$$

onde g_i é um numero gaussiano aleatório gerado por

$$= \text{sqrt}(-2 * \ln(\text{RAND}())) * \text{COS}(2 * 3.14159 * \text{RAND}())$$

Procure realizar esse cálculo em uma única célula e, em seguida, arraste para todos os valores de x_i . Certifique se os y_i 's gerados flutuam em torno dos valores de y_i verdadeiros.

Passo 5

Utilizando o Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), determine as estimativas para A e B a partir dos dados x_i e y_i . Como as incertezas si são iguais para todos os valores de y_i , utilize o MMQ para uma reta não-ponderada. Para isso você precisa calcular $\sum x_i$, $\sum x_i^2$, $\sum y_i$, $\sum x_i y_i$ e indicar o numero N de dados. Revise as equações que determinam os valores de A e B e as implemente em sua planilha.

Passo 6

Calcule o Chi-quadrado.

$$= ((y_1 - (A + B * x_1)) / \sigma_i)^2 + ((y_2 - (A + B * x_2)) / \sigma_i)^2 + \dots + ((y_N - (A + B * x_N)) / \sigma_i)^2$$

Passo 7

Repita os procedimentos anteriores pelo menos 1000 vezes de modo a obter 1000 valores de A, B e Chi-quadrado. Faça histogramas de cada uma dessas variáveis determinando seus valores médios e desvios padrões. Para tal, utilize as funções AVERAGE() e STDEV().

Responda:

QUESTÃO 1. A distribuições de A e B são gaussianas?

QUESTÃO 2. A distribuição de Chi-quadrado é gaussiana?

QUESTAO 3. A distribuição de Chi-quadrado é igual entre os conjuntos de 15 xi's e 5 xi's?

Para a entrega dessa lista encaminhe a cópia da planilha (ou o código-fonte) e os histogramas e as respostas às questões em um arquivo .docx ou equivalente. Tenha o cuidado para que a sua **planilha seja de fácil compreensão**.